Aide Golf

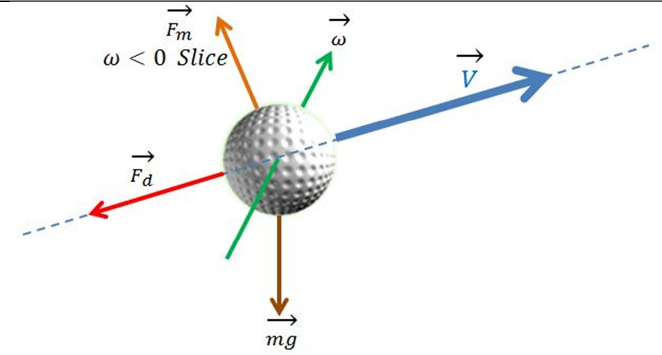
1) **Site de départ :** http://www.udppc.asso.fr/bupdoc/consultation/article-bup.php?ID_fiche=8877

2) Théorie :

Soit $\vec{\Upsilon}$ *le vecteur accélération.*

Par application du principe fondamental de la dynamique, Il vient :

$$\overrightarrow{m\Upsilon} = m\vec{g} - k_s V\vec{V} + a\vec{\omega} \wedge \vec{V}$$



$\vec{\Upsilon} = \vec{g} - AV\vec{V} + B\vec{\omega} \wedge \vec{V}$ avec : $A = \frac{1}{2}\frac{C_d \pi R^2 \rho}{m}$ et $B = \frac{C_m \pi R^3 \rho}{m}$

On projète sur x (distance) et z (hauteur). On obtient alors le système d'équations différentielles :

$$\boldsymbol{x'' = -A\sqrt{x'^2 + z'^2}\, x' + B\omega(t) z'}$$ avec $\omega(t) = \omega 0\, e^{-t/10}$

$$\boldsymbol{z'' = -g - A\sqrt{x'^2 + z'^2}\, z' - B\omega(t) x'}$$

Rotation initiale :
$\boldsymbol{\omega_0}$ > 0 balle liftée
$\boldsymbol{\omega_0}$ < 0 balle coupée (slice)

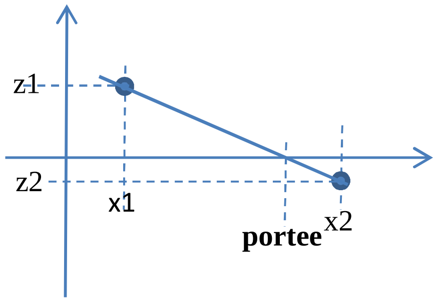
3) Intégration numérique (méthode d'Euler)

a) <u>Méthode</u>

On part des conditions initiales au temps t = 0, puis on cherche de proche en proche les points suivants aux temps t+dt, en supposant une évolution linéaire entre t et t+dt. Plus on diminue dt, plus on augmente la précision de résolution.
Quand z devient négatif, la balle à touché le sol. On en déduit alors la portée et le temps de parcours.

En chaque point, on peut définir :
x, abscisse **xp et xs les dérivées premières et secondes par rapport à t de x(t) en ce point.**
z, ordonnée **zp et zs les dérivées premières et secondes par rapport à t de z(t) en ce point.**

<u>**On pose t = kdt, et on** répète une boucle avec k = 0, 1, 3, 4, 5 …. Jusqu'à ce que z devienne négatif</u>.
On aura alors **portée** = x courant, et **temps de parcours** = t courant.
Choix de l'intervalle de temps: dt = 0.01 (seconde).
Ensuite, on pourrait le diminuer pour augmenter la précision, mais <u>pour celle demandée ici, cela est suffisant</u> . On pourrait vérifier cela avec un pas dt de 0,001, mais un programme serait alors préférable à Excel (car on multiplie encore par 10 le nombre de points !). On trouverait les même valeurs de la portée et du temps de parcours après arrondi à l'entier le plus proche).
On pourrait vérifier par contre aisément qu'un pas dt = 0,1 serait insuffisant (on obtiendrait 1 ou 2 mètres de plus !).
Pour plus de précision (on pourrait vérifier que ce n'est pas nécessaire ici), on pourrait faire en plus l'interpolation linéaire entre deux valeurs :



Soit (x1 ; z1) le point juste avant de toucher le sol, (x2 ; z2) étant le point après (z < 0)
On assimile la trajectoire entre x1 et x2 à une droite : **z = M*x + N**

$M = \frac{z2-z1}{x2-x1}$ et $N = z1 - Mx_1$

Au passage par z = 0, on a x = -N/M
D'où : **Portée = -N/M**
On peut faire la même chose pour le temps, avec une droite :
z = M't + N' On connait t1 et t2, on en déduit M' puis N' puis le temps plus exact t.

b) <u>Exemple de programme</u>

Remarque, les lignes suivantes sont en fait écrites en C, mais peuvent se comprendre sans connaitre ce langage de programmation. On peut très bien utiliser un autre langage ou <u>même un tableur Excel</u> !

<u>Initialisations :</u> A et B se calculent avec les valeurs de l'énoncé

```
Au départ :
        A = ?
        B = ?
        trsps = -70;                 // positif coupée,   négatif lifté
        alpha = 8*π/180 ;     // angle de départ de 8°
        v0 = 250000.0/3600;   // 250 km/h
        omega0 = 2*pi*trsps;
        x = 0;
        z = 0;
        xp=v0*cos(alpha);
        zp=v0*sin(alpha);
        dt =  0.01;
        k = 0 ;
```

////////////////// Boucle à répéter tant que z n'est pas négatif ///////////////////
While(z >=0)

{ // début de la boucle

```
while(z >= 0)
        {
        t = k*dt;
        // Au temps t courant
        omega = omega0*exp(-t/10);      // omega(t)
        v = sqrt(xp*xp+zp*zp);          // module de la vitesse
        xs = -A*v*xp+B*omega*zp;         // L'équation à résoudre : dérivée seconde xs au temps t
        zs = -9.81-A*v*zp - B*omega*xp; // L'équation à résoudre : dérivée seconde zs au temps t

        // Au temps suivant t = t + dt suivant  (définition des dérivées)
        x = x + dt*xp;    // Nouveau x au temps t + dt  (définition de la dérivée xp)
        z = z + dt*zp;    // Nouveau z au temps t + dt  (définition de la dérivée zp)
        xp = xp + dt*xs;  // Nouvelle xp au temps t + dt  (définition de la dérivée seconde xs)
        zp = zp + dt*zs;  // Nouvelle zp au temps t + dt  (définition de la dérivée seconde zs)
        k=k+1;     // pour le temps suivant t + dt
```

} // fin de la boucle

/////////////////////////// SORTIE DE BOUCLE : z2 < 0 /////////////////

// On obtient : **Portée = x,** et **durée = t = k*dt courant**
SUFFISANT ICI POUR L'ARRONDI AU METRE PRES DEMANDEE.

c) <u>Utilisation de Excel</u>

Si le nombre de boucles n’est pas trop important, on peut aisément utiliser Excel (1 ligne = 1 boucle). La figure ci-contre donne des renseignements et **les premières valeurs** que l’on doit obtenir ! Il faut « tirer » les calculs pour aller jusqu’à ce que z devienne négatif.

dt	v0	alpha	tr	A	B	omega0
0,01	69,44444444	0,13962634	-70	0,00492485	0,000447972	-439,82297

x(depart)= 0

x(nouveau) = x(ancien)+ dt*xp(ancien)
=D10+$D$2*E10

xp(depart)=v0*COS(alpha)
=E2*COS($F$2)

xp(nouveau) = xp(ancien) + dt*xs(ancien)
= E10+$D$2*F10

xs(depart)
= -A*v(depart)*xp(depart)+B*omega(depart)*zp(depart)
=-$H$2*J10*E10+$I$2*K10*H10

xs(nouveau)
= -A*v(nouveau)*xp(nouveau)+B*omega(nouveau)*zp(nouveau)
=-$H$2*J11*E11+$I$2*K11*H11

Valeurs consécutives

		Temps (s)	Distance			Hauteur				
	k	t = kdt	x	xp	xs	z	zp	zs	v	omega(t)
Initialisation	0	0	0	68,76861588	-25,423345	0	9,664798678	0,433974014	69,4444444	-439,82297
	1	0,01	0,687686159	68,51438243	-25,25060544	0,096647987	9,669138418	0,380865311	69,1933005	-439,38337
	2	0,02	1,372829983	68,26187638	-25,07953467	0,193339371	9,672947071	0,328321878	68,9438153	-438,9442
	3	0,03	2,055448747	68,01108103	-24,91011028	0,290068842	9,67623029	0,276336094	68,6959721	-438,50548
	4	0,04	2,735559557	67,76197993	-24,74231027	0,386831145	9,678993651	0,224900463	68,4497541	-438,06719
	5	0,05	3,413179357	67,51455683	-24,57611297	0,483621081	9,681242655	0,174007615	68,2051453	-437,62935
	6	0,06	4,088324925	67,2687957	-24,41149713	0,580433508	9,682982732	0,123650303	67,9621294	-437,19193
	7	0,07	4,761012882	67,02468073	-24,24844181	0,677263335	9,684219235	0,073821402	67,7206906	-436,75496
	8	0,08	5,431259689	66,78219631	-24,08692646	0,774105527	9,684957449	0,024513903	67,4808132	-436,31842
	9	0,09	6,099081652	66,54132704	-23,92693085	0,870955102	9,685202588	-0,024279086	67,2424818	-435,88232
	10	0,1	6,764494923	66,30205774	-23,76843509	0,967807128	9,684959797	-0,072564345	67,0056811	-435,44666
	11	0,11	7,4275155	66,06437339	-23,61141965	1,064656726	9,684234153	-0,120348541	66,7703963	-435,01143
	12	0,12	8,088159234	65,82825919	-23,45586528	1,161499067	9,683030668	-0,167638233	66,5366124	-434,57664
	13	0,13	8,746441826	65,59370054	-23,30175308	1,258329374	9,681354286	-0,214439873	66,3043149	-434,14228
	14	0,14	9,402378831	65,360683	-23,14906445	1,355142917	9,679209887	-0,260759809	66,0734893	-433,70835